

10. Goldbachova hypotéza

Německý právník, pruský velvyslanec v Rusku a matematický samouk [CHRISTIAN GOLDBACH](#) (1690 -- 1764), který se v matematice zabýval především teorií čísel, zformuloval dne 7. 6. 1742 v dopise [EULEROVI](#) hypotézu, že

každé přirozené číslo $n > 5$ je součtem nejvýše tří prvočísel.

Euler mu obratem odpověděl, že toto tvrzení je ekvivalentní s tím, že každé sudé $n > 2$ je součtem dvou prvočísel. Této Eulerově formulaci se dnes říká Goldbachova hypotéza. (Její důsledkem je tzv. ternární Goldbachův problém:

Každé liché číslo $n > 7$ je součtem tří prvočísel.

Uvedená Goldbachova hypotéza nebyla dodnes, přes nesmírné úsilí mnoha generací matematiků, ani dokázána ani vyvrácena. Mimořádně obtížnými metodami bylo dokázáno jen několik dílčích výsledků.

V r. 1937 dokázal ruský matematik [IVAN MATVĚJEVIČ VINOGRADOV](#) (1891 -- 1983) první „definitivní“ výsledek:

Existuje číslo n_0 takové, že každé liché $n > n_0$ je součtem tří prvočísel

Z mimořádně obtížného důkazu však neplynulo, jak velké je ono číslo n_0 . Odhady ukazovaly, že může být nepředstavitelně velké. Přesto však Vinogradovův výsledek byl zásadním pokrokem: ternární Goldbachův problém byl vyřešen alespoň od jistého -- byť ne známého -- čísla.

Po téměř dvaceti letech, v r. 1956 dokázal BORODZKIN, že Vinogradovovo číslo n_0 nepřevyšuje hodnotu $3^{3^{15}} < 10^{7\,000\,000}$. V r. 1989 posléze dokázali CHEN a WANG tuto hodnotu ještě snížit na číslo $10^{43\,000}$

Částečného pokroku v řešení Goldbachovy hypotézy dosáhl v r. 1930 ruský matematik LEV [GENRICHovič ŠNIRELMAN](#) (1905 -- 1938), když dokázal, že

každé „dostatečně velké“ číslo je součtem nejvýše k prvočísel.

Jeho metodami však nebylo možno dokázat, jak velké je ono číslo k , odhady ukazovaly hodnotu cca 800 000. Přestože od tohoto Šnirelmanova výsledku bylo k důkazu Goldbachovy hypotézy nesmírně daleko, byl to výrazný přínos, neboť bylo alespoň dokázáno, že sudá čísla jsou součtem takového počtu prvočísel, který nepřesáhne jistou hranici.

Hodnota Šnirelmanova čísla k byla postupně snižována. Prozatím nejlepšího výsledku dosáhl v r. 1995 O. RAMARÉ:

Každé sudé číslo lze vyjádřit jako součet nejvýše šesti prvočísel.

Současně s popsanými teoretickými výsledky probíhalo -- a nadále probíhá -- prověřování Goldbachovy hypotézy na počítačích. V r. 1993 potvrdil SINISALO Goldbachovu hypotézu pro všechna přirozená čísla menší než 4×10^{11} . Tuto hodnotu později za pomoci superpočítače Cray C90 a za podpory množství pracovních stanic zvýšili JEAN-MARC DESHOUILERS, YANICK SAOUTER } a HERMAN TE RIELE dokonce na 10^{14} . Zatím poslední verifikaci až do hodnoty 4×10^{14} provedl v říjnu 1998 JOERG RICHSTEIN.