

M1100 (M1101) Matematická analýza I

Množiny, číselné obory, funkce (2 týdny = 4 přednášky = 8 hodin)

- reálná čísla, axiomy reálných čísel a jejich základní vlastnosti
- obecné vlastnosti reálných funkcí a operace s nimi
- elementární funkce a jejich vlastnosti

Limita posloupnosti a funkce (2 týdny = 4 přednášky = 8 hodin)

- posloupnosti reálných čísel
- limita posloupnosti
- limita a spojitost funkcí
- vlastnosti spojitých funkcí

Derivace funkce (4 týdny = 8 přednášek = 16 hodin)

- základní vlastnosti, geometrický význam a výpočet derivace
- věty o střední hodnotě, L'Hospitalovo pravidlo
- vyšetřování průběhu funkce, využití derivace k důkazu a odvozování identit a nerovností
- globální extrémy, extrémální úlohy
- diferenciál, Taylorův polynom
- rovinné křivky, derivace a tečna parametricky zadané křivky

Neurčitý integrál (2 týdny = 4 přednášky = 8 hodin)

- primitivní funkce a její vlastnosti
- základní integrační metody
- speciální integrační postupy (goniometrické, iracionální a další typy elementárních funkcí)

Riemannův integrál (4 týdny = 8 přednášek = 16 hodin)

- konstrukce Riemannova integrálu, podmínky integrovatelnosti, základní vlastnosti
- integrál jako funkce horní meze
- výpočet Riemannova integrálu
- geometrické aplikace integrálu (plocha rovinných obrazců, délka křivky, objem a obsah pláště rotačního tělesa), použití pro parametricky zadanou křivku
- fyzikální aplikace integrálu (hmotnost, statický moment, těžiště), použití pro parametricky zadanou křivku
- nevlastní integrály
- Newtonův integrál

M2100 Matematická analýza II

Metody řešení diferenciálních rovnic (3 týdny = 6 přednášek = 12 hodin)

- diferenciální rovnice 1. řádu: lineární a nelineární diferenciální rovnice, srovnání existence a jednoznačnosti řešení, metoda integračního faktoru, separace proměnných, aplikace (např. fyzikální, chemické, ekonomické atd.)
- lineární diferenciální rovnice vyšších řádů s konstantními koeficienty
- systémy lineárních diferenciálních rovnic: existence a jednoznačnost řešení, metoda variace konstant a neurčitých koeficientů, aplikace DR 2. řádu (harmonické kmitání – volné, tlumené, vynucené)

Metrické prostory (5 týdnů = 10 přednášek = 20 hodin)

- metrika, metrický prostor, příklady metrik používaných v praxi
- konvergence, uzavřené a otevřené množiny, reprezentace otevřených množin pomocí kanonického tvaru
- spojitá zobrazení
- úplné a kompaktní prostory
- Banachova věta o pevném bodu a její aplikace
- prostory spojitých a ohraničených funkcí (úplnost) a další příklady

Diferenciální počet funkcí více proměnných (6 týdnů = 12 předn. = 24 hodin)

- limita, spojitost funkce
- parciální derivace, směrová derivace
- Taylorův mnohočlen
- souvislost diferencovatelnosti a spojitosti, srovnání s diferenciálním počtem jedné proměnné
- věta o složeném zobrazení a jeho derivace, aplikace metod lineární algebry (matice, vektory a operace s nimi)
- extrémů funkcí více proměnných, aplikační úlohy
- věta o implicitní funkci (aplikace Banachovy věty), věta o inverzní funkci
- vázané extrémy, aplikace

M3100 Matematická analýza III

Nekonečné číselné řady (2 týdny = 4 přednášky = 8 hodin)

- číselné řady s nezápornými členy, řady s libovolnými členy
- absolutní a neabsolutní konvergence
- kritéria konvergence, komutativní zákon, Riemannova věta
- operace s číselnými řadami
- násobení nekonečných řad a odhad zbytku

Posloupnosti a řady funkcí (4 týdny = 8 přednášek = 16 hodin)

- bodová a stejnoměrná konvergence, kritéria stejnoměrné konvergence
- mocninné řady, vlastnosti, aplikace, poloměr a interval konvergence
- řešení diferenciálních rovnic pomocí mocninných řad
- Cesarova a Abelova sumace nekonvergentních řad
- úvod do Fourierových řad (ortogonální báze, Fourierovy koeficienty, Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, Dirichletova věta)

Integrální počet funkcí více proměnných (5 týdnů = 10 přednášek = 20 hodin)

- Jordanova míra
- konstrukce Riemannova integrálu
- výpočet Riemannova integrálu (Fubiniho věta, věta o transformaci vícenásobného integrálu, základní typy transformací)
- nevlastní vícerozměrný integrál, konvergence, kritéria konvergence, absolutní konvergence
- integrály závislé na parametru (vlastnosti, spojitost, diferencovatelnost, gama a beta funkce)

Křivkový a plošný integrál (3 týdny = 6 přednášek = 12 hodin)

- křivkový integrál prvního a druhého druhu, základní vlastnosti, převod na Riemannův integrál, vzájemný převod, Greenova věta, nezávislost na integrační cestě, potenciálové vektorové pole, cirkulace a tok vektorového pole, křivkový integrál v prostoru
- plošný integrál prvního a druhého druhu, normálový vektor, vlastnosti, výpočet, Gaussova–Ostrogradského věta, Stokesova věta

M4170 Míra a integrál

Teorie míry (3 týdny = 3 přednášky = 6 hodin)

- sigma-algebry, borelovské množiny, míra, měřitelné množiny a jejich vlastnosti, příklady různých měr, aplikace v teorii pravděpodobnosti a statistice, úplná míra, věta o zúplnění míry
- vnější míra, pokrývací systém, Caratheodoryho konstrukce míry, pramíra, věty o rozšíření pramíry, metrická vnější míra
- konvergence podle míry, aplikace v teorii pravděpodobnosti

Lebesgueova míra v \mathbb{R}^n (1 týden = 1 přednáška = 2 hodiny)

- konstrukce Lebesgueovy míry, reprezentace lebesgueovsky měřitelných množin
- srovnání sigma-algeber borelovských a lebesgueovsky měřitelných množin
- Vitaliho věta, konstrukce lebesgueovsky neměřitelné množiny

Měřitelné funkce (1 týden = 1 přednáška = 2 hodiny)

- zobrazení mezi měřitelnými prostory (aplikace v součinných prostorech)
- měřitelné funkce a jejich vlastnosti, supremum a infimum množiny měřitelných funkcí, horní a dolní limita měřitelných funkcí (aplikace v teorii integrálu)

Abstraktní integrál (3 týdny = 3 přednášky = 6 hodin)

- abstraktní integrál podle míry, jeho základní vlastnosti, jednoduché funkce a jejich reprezentace, vlastnost „skoro všude“ a její využití
- Lebesgueova věta o monotónním a majorizovaném limitním přechodu v integrálu, Fatouovo lemma, zpětný vztah integrálu a míry

Lebesgueův integrál v \mathbb{R}^n (2 týdny = 2 přednášky = 4 hodiny)

- srovnání Lebesgueova a Riemanova integrálu, horní a dolní Baireovy funkce, Baireova věta, charakterizace riemannovsky integrovatelných funkcí pomocí Lebesgueovy míry
- vzájemný vztah různých integrálů (Riemannův, Lebesgueův, Newtonův, Kurzweilův)

Součiny měr a součinný integrál (2 týdny = 2 přednášky = 4 hodiny)

- součinná sigma-algebra, aplikace Caratheodoryho vět o rozšíření, součinný integrál, Tonelliho a Fubiniova věta, aplikace
- srovnání Lebesgueova integrálu v \mathbb{R}^n a součinného integrálu z prostorů nižší dimenze

Integrály závislé na parametru (1 týden = 1 přednáška = 2 hodiny)

- věty o spojitosti integrálu, záměna limity a integrálu, derivace za znamením integrálu, aplikace na výpočet určitých integrálů

Věta o substituci, nevlastní Lebesgueův integrál (1 týden = 2 přednášky)

- substituce v integrálu, nevlastní integrál
- geometrické aplikace