Požadavky k SZZ - Algebra a diskrétní matematika

Státní závěrečná zkouška sestává z obhajoby diplomové práce a z ústní zkoušky.

Charakteristika závěrečné práce a její obhajoba

Zpracováním diplomové práce student prokazuje orientaci v problematice dané tématem práce a schopnost odborné práce pod vedením vedoucího. U obhajoby diplomové práce se hodnotí porozumění tématu a úroveň prezentace.

Charakteristika ústní zkoušky

Účelem zkoušky je prověřit, že absolvent je schopen vést debatu na jisté odborné úrovni. Cílem ústní zkoušky není opakovat zkoušky z jednotlivých předmětů a zkoušet detailní znalost teorie a důkazů. Smyslem je prokázat všeobecný přehled o základních pojmech a výsledcích z jednotlivých oborů a širších souvislostech mezi nimi.

Průběh ústní zkoušky

U ústní zkoušky student obdrží tři otázky z následujícího seznamu.

Vymezení rozsahu otázek k ústní zkoušce

I. **Základy abstraktní matematiky**

1. Teorie množin: *Dobře uspořádané množiny, ordinální čísla, transfinitní indukce, kardinální čísla, Cantorova-Bernsteinova věta, operace s kardinálními a ordinálními čísly, axiom výběru a tvrzení s ním ekvivalentní.*
2. Matematická logika: *Výroková logika, predikátová logika prvního řádu, věta o úplnosti, věta o kompaktnosti, Löwenheimova-Skolemova věta, Gödelova věta o neúplnosti.*
3. Základní algebraické struktury: *Vektorové prostory, (konečné komutativní) grupy, okruhy, obory integrity, tělesa. Homomorfismy a faktorizace v teorii grup a okruhů.*
4. Svazy a univerzální algebra: *Modulární, distributivní a úplné svazy. Booleovy algebry. Variety algeber, Birkhoffova věta*.
5. Základy teorie kategorií: *Definice a příklady kategorií, funktory, přirozené transformace, Yonedovo lemma, kartézsky uzavřené kategorie*.
6. Limity: *součiny, součty, ekvalizátory, pullbacky, pushouty, limity, kolimity, limity pomocí součinů a ekvalizátorů.*
7. Adjungované funktory: *definice, příklady, Freydova věta.*

II. **Algebraické struktury a aplikace**

8. Rozšíření těles: *Algebraická a konečná rozšíření. Klasické konstrukce pravítkem a kružítkem. Rozkladová tělesa a normální rozšíření, algebraický uzávěr. Separabilní a neseparabilní rozšíření.*
9. Galoisova teorie: *Základní věta Galoisovy teorie, kruhová a abelovská rozšíření tělesa racionálních čísel. Řešitelná a radikálová rozšíření. Galoisova grupa polynomu, řešitelné grupy, souvislost s vyjadřováním kořenů polynomů v radikálech.*
10. Základy teorie modulů: *Moduly, homomorfismy, základní konstrukce, projektivní moduly, tenzorový součin, ploché moduly, Lazardova věta, krátké exaktní posloupnosti, injektivní moduly, injektivní obal.*
11. Komutativní algebra a algebraická geometrie: *Rezultant polynomu, polynomy více proměnných, lokalizace okruhu, Noetherovské okruhy a moduly, Hilbertova věta o bázi, Gröbnerova báze, radikál ideálu, Hilbertova věta o nulách, vztah mezi ideály a algebraickými podmnožinami afinního prostoru, věta o Noetherovské normalizaci, afinní variety a projektivní variety.*
12. Algebraická topologie: *Definice singulárních homologií a kohomologií a jejich aplikace. Výpočet pro CW-komplexy. Homotopické grupy a jejich základní vlastnosti.*

III. **Diskrétní matematika**

13. Teorie grafů: *Orientované a neorientované grafy a jejich reprezentace. Eulerovské a hamiltonovské*

grafy. Míry souvislosti grafu. Rovinné grafy: Eulerův vzorec a jeho důsledky, obarvení rovinného grafu pěti barvami. Prohledávání grafu do šířky a do hloubky.

14. Grafové algoritmy: *Minimální kostry: algoritmy Kruskala a Prima. Nejkratší cesty z jednoho vrcholu: Dijkstrův algoritmus, Bellmanův-Fordův algoritmus. Nejkratší cesty mezi všemi dvojicemi vrcholů: nejkratší cesty a násobení matic, Floydův-Warshallův algoritmus. Maximální toky v sítích: sítě, Fordova-Fulkersonova metoda, maximální párování v bipartitních grafech.*
15. Lineární programování: *Úlohy lineárního programování. Dualita v lineárním programování. Geometrie polyedrů. Simplexová metoda. Dopravní problé*m.
16. Hry v normální formě: *Hry n hračů v normální formě: koncepty rovnováhy. Hry 2 hračů v normální formě: antagonistické hry, optimalní stratégie, řešení maticových her. Neantagonistické hry 2 hráčů: bimaticové hry, teorie užitečnosti, úlohy o dohodě, vyhrožování.*
17. Hry ve tvaru charakteristické funkce: *Jádro a jeho existence, von Neumannovo-Morgensternovo řešení, Shapleyho hodnota, aplikace v ekonomii.*

Aktualizováno Čtvrtek, 23 Červen 2016 08:07